**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ**

отчет

**по практической работе №2**

**по дисциплине «Теория принятия решений»**

Тема: Бесконечные антагонистические игры

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студентка гр. 7381 |  | Алясова А.Н. |
| Преподаватель |  | Попова Е.В. |

Санкт-Петербург

2021

**Цель работы.**

Использование инструментальных средств для решения задач поддержки принятия решения, а также овладение навыками принятия решения на основе бесконечных антагонистических игр.

**Основные теоретические положения.**

В данной работе рассматриваются антагонистические игры, которые отличаются от матричных тем, что в них один или оба игрока имеют бесконечное (счётное или континуум) множество стратегий. С теоретико-игровой точки зрения это отличие малосущественно, поскольку игра остаётся антагонистической и проблема состоит в использовании более сложного аналитического аппарата исследования.

Таким образом, исследуются общие антагонистические игры, т.е. системы вида (1)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *,* | (1) |

где и – произвольные бесконечные множества, элементы которых являются стратегиями игроков 1 и 2 соответственно, а – функция выигрыша игрока 1. Выигрыш игрока 2 в ситуации равен , (игра антагонистическая). Далее рассматриваются такие игры, у которых функция ограничена.

Одновременная игра преследования на плоскости.

Пусть и – множества на плоскости. Игра заключается в следующем. Игрок 1 выбирает некоторую точку , а игрок 2 выбирает точку . При совершении выбора игроки 1 и 2 не имеют информации о действиях противника, поэтому подобный выбор удобно интерпретировать как одновременный. В этом случае точки, являются стратегиями игроков 1 и 2 соответственно. Таким образом, множества стратегий игроков совпадают с множествами и на плоскости.

Целью игрока 2 является минимизация расстояния между ним и игроком 1 (игрок 1 преследует противоположную цель). Поэтому под выигрышем игрока 1 в этой игре понимается евклидово расстояние между точками и , т.е. , . Выигрыш игрока 2 полагаем равным выигрышу игрока 1, взятому с обратным знаком, а именно (игра антагонистическая).

Модель покера с одним кругом ставок и одним размером ставки.

В начале партии каждый из двух игроков A и B ставит по единице. После того, как каждый из игроков получит карту, ходит игрок A: он может или поставить ещё единиц или спасовать и потерять свою начальную ставку. Если A ставит, то у B две альтернативы: он может или спасовать (теряя при этом свою начальную ставку), или уровнять, поставив *a* единиц. Если B уравнивает, то игроки открывают свои карты и игрок с лучшей картой выигрывает единицу (банк).

Обозначим карту игрока через , а карту игрока B через , при этом предполагаем, что случайные величины и имеют равномерное распределение на единичном интервале.

Стратегии строятся следующим образом. Пусть

* – вероятность того, что если A получит , то он поставит ,
* – вероятность того, что если A получит , то он спасует,
* – вероятность того, что если B получит , то он уравняет ставку ,
* – вероятность того, что если B получит , то он спасует.

Если игроки применяют эти стратегии, то ожидаемый чистый выигрыш представляет собой сумму выигрышей, соответствующих трём взаимно исключающим возможностям: A пасует; A ставит единиц и B уравнивает; A ставит и B пасует.

Для решения игры необходимо найти такую пару стратегий которая удовлетворяет (2) для всех стратегий и соответственно.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (2) |

**Постановка задачи.**

Используя инструментальные средства компьютерной алгебры решить задачи преследования и покера.

**Выполнение работы.**

***Одновременная игра преследования на плоскости.***

Для задачи преследования были отображены фигуры на плоскости. Согласованные с вариантом фигуры представлены на рис. 1.

Были рассмотрены два случая задачи: центр масс фигуры  принадлежит фигуре  и центр масс фигуры  не принадлежит фигуре .

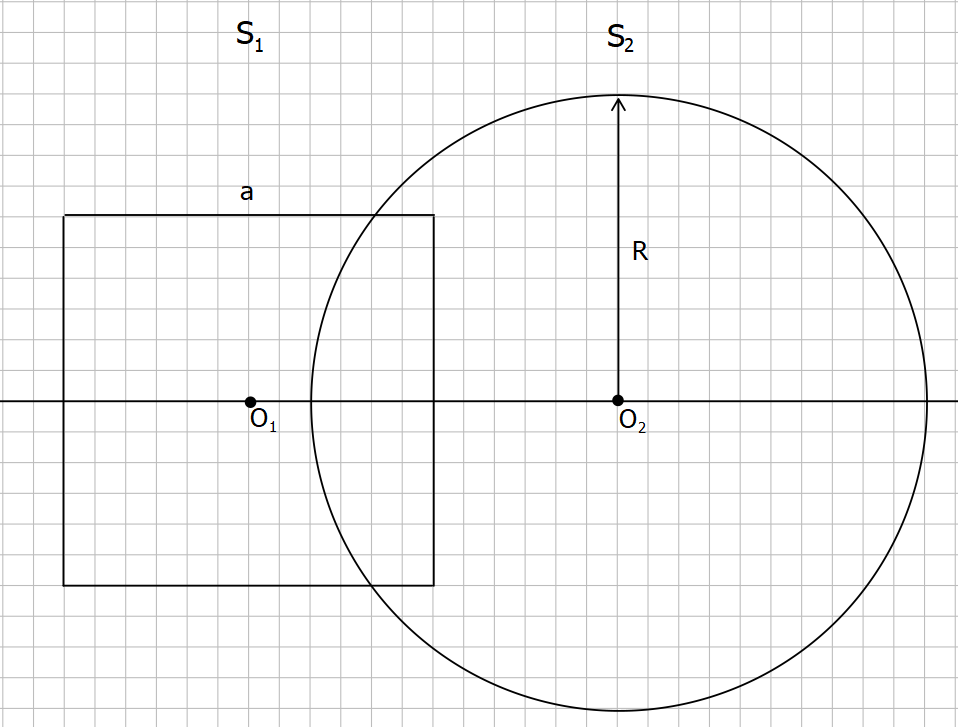


Рисунок 1 – Отображение фигур для случая

1) Центр масс фигуры  не принадлежит фигуре .

Найдём нижнюю цену игры.

Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 2.

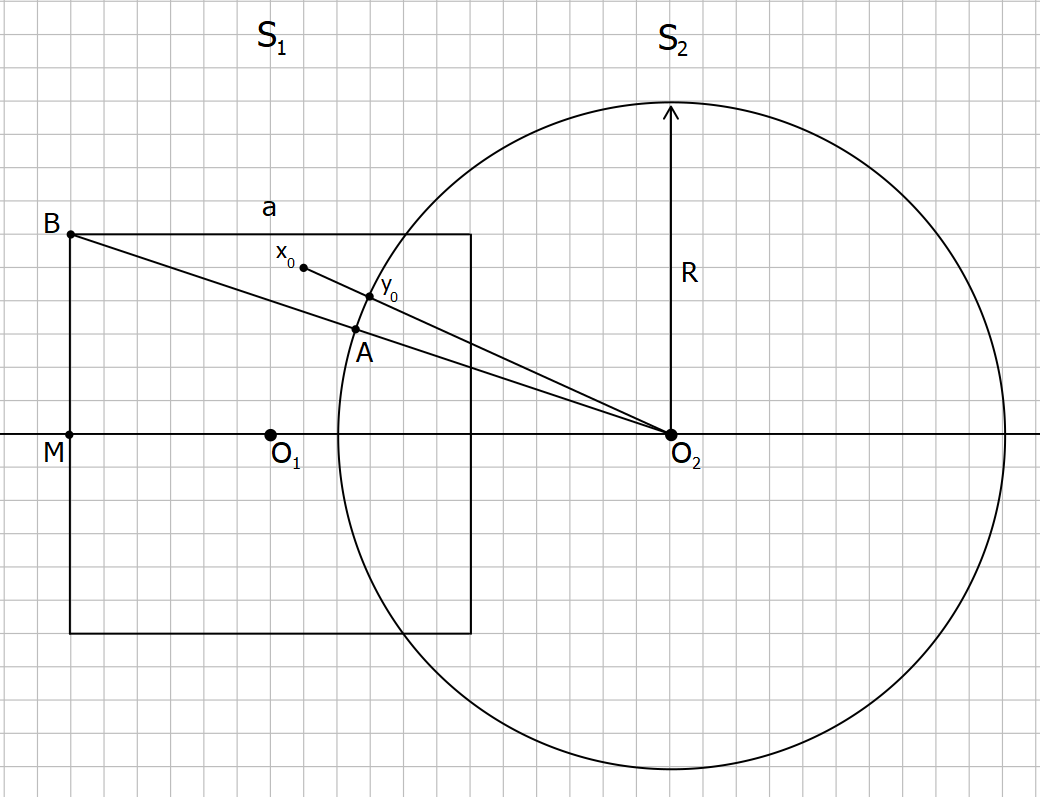


Рисунок 2 – Нахождение нижней цены игры для случая

Поиск нижней цены игры для случая :

1. Для любой точки принадлежащей и не принадлежащей максимальное расстояние до равно длине отрезка, проведённого из в за вычетом . На рис. 2 изображен пример поиска минимального расстояния до точки .
2. Для того, чтобы данное расстояние было максимально возможным, точка *x*0 должна находиться в вершине квадрата *S*1. Таким образом, согласно рис. 2 определим нижнюю цену игры:

Найдём верхнюю цену игры.

Поиск верхней цены игры для случая :

Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 3.

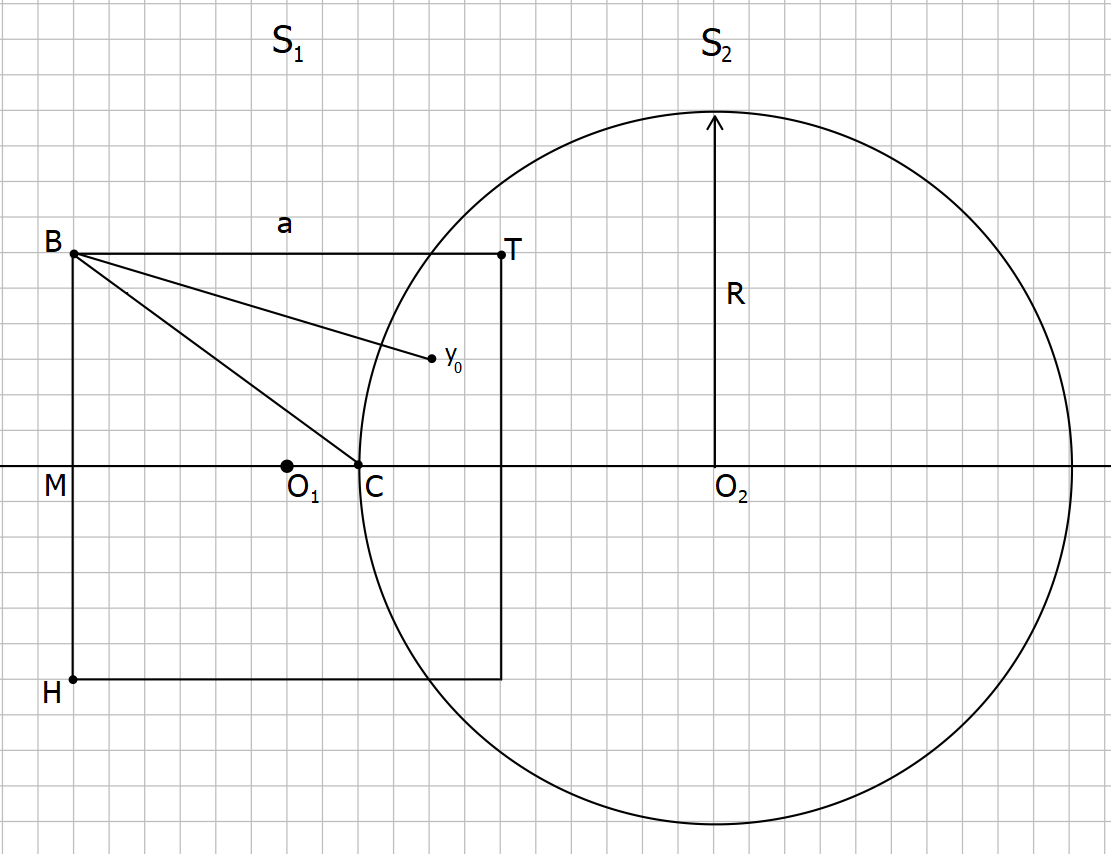


Рисунок 3 – Нахождение верхней цены игры для случая

1. Для любой точки принадлежащей расстояние до любой точки , принадлежащей будет максимальным, только в том случае если лежит в углах или квадрата . Выберем угол , тогда совпадает с точкой .
2. Для любой точки принадлежащей расстояние до любой точки , принадлежащей , будет минимальным, только в том случае если  принадлежит оси в силу симметрии (см. рис 2). Таким образом совпадает с точкой .
3. Согласно рис. 3 определим верхнюю цену игры:

Проверим, существуют ли такие значения, при которых .

Таким образом, не существует значений при которых , так как – это сторона квадрата и она не может быть равна 0.

Значит, нижняя цена игры не равна верхней цене игры, поэтому данный случай не является игрой в чистых стратегиях.

2) Центр масс фигуры  принадлежит фигуре .

Найдём нижнюю цену игры.

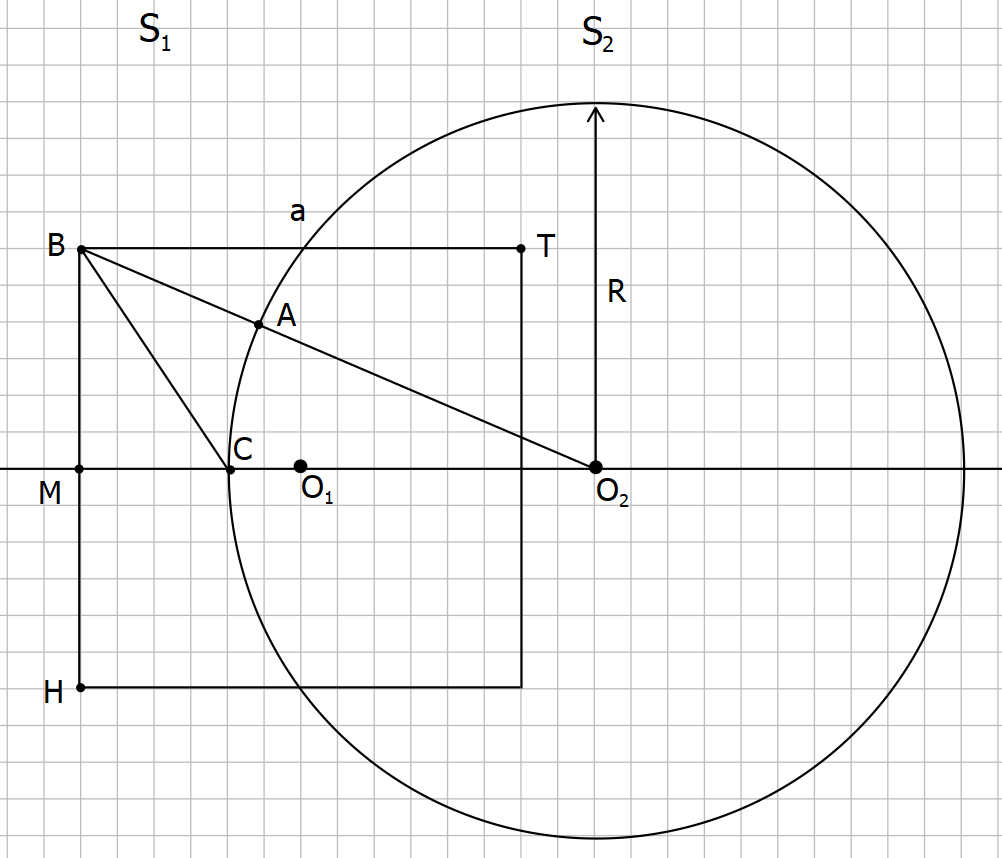


Рисунок 4 – Нахождение нижней и верхней цены игры для случая

Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 4.

Поиск нижней цены игры для случая :

1. Для любой точки принадлежащей расстояние до некоторой точки принадлежащей , будет максимальным, только если лежит в углах или квадрата . Выберем угол , тогда совпадает с точкой .
2. Таким образом минимально возможное расстояние будет в том случае, если точка будет принадлежать отрезку . Таким образом совпадает с точкой . Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 4. Согласно данному рисунку:

Найдём верхнюю цену игры.

Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 4.

Поиск верхней цены игры для случая :

1. Для любой точки принадлежащей расстояние до любой точки , принадлежащей будет максимальным, только в том случае если лежит в углах или квадрата . Выберем угол , тогда совпадает с точкой .
2. Для любой точки принадлежащей расстояние до любой точки , принадлежащей , будет минимальным, только в том случае если  принадлежит оси в силу симметрии (см. рис 4). Таким образом совпадает с точкой .
3. Согласно рис. 4 определим верхнюю цену игры:

Проверим, существуют ли такие значения, при которых .

Таким образом, не существует значений при которых , так как – это сторона квадрата и она не может быть равна 0.

Значит, нижняя цена игры не равна верхней цене игры, поэтому данный случай не является игрой в чистых стратегиях.

***Модель покера с одним кругом ставок и одним размером ставки.***

Найдено значение игры покера с одним кругом ставок при значении ставки , равной 2.

Расчёт коэффициента представлен в (5).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3) |

Рассмотрим принимаемые значения величины (4) при различном

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (4) |
|  |  |
|  |  |

Рассмотрим принимаемые значения величины (5) при различном

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5) |
|  |  |  |

Расчёт значения игры редставлен в (6).

Проверим полученные результаты с помощью программы (приложение A).



Рисунок 4 – Результат выполнения программы для покера с одним кругом ставок

Таким образом, игроку A следует блефовать при условии, что , если на руках карта со значением меньше . В случае, когда на руках карта со значением больше , то игроку A следует ставить. Игроку Б следует ставить при любом значении , так как он в выигрышном положении.

**Выводы.**

В ходе выполнения практической работы по изучению бесконечных игр были использованы инструментальные средства для решения задач поддержки принятия решения, а также освоены навыки принятия решения на основе бесконечных антагонистических игр. При этом были освоены метод поиска оптимальных стратегий для одновременной игры преследования на плоскости, а также способ расчёта цены игры в покере с одним и двумя кругами ставок.

При поиске оптимальных стратегий для одновременной игры преследования на плоскостях, которыми являются две соосных фигуры: окружность и квадрат, было выяснено, что данная игры не решаются в чистых стратегиях в обоих случаях.

При поиске оптимальных стратегий для покера с одним кругом ставок при значении ставки было выявлено, что при реализации оптимальных стратегий ожидаемый чистый выигрыш что свидетельствует о том, что после первого круга ставок игрок 2 окажется в выигрышном положении (получит прибыль).

Приложение А

иСХОДНЫЙ КОД ДЛя покера с одним кругом ставок

**def** poker(a):  
 c =a/(a+2)  
 phi = 2\*a/(a+2)\*\*2  
 integral1 =2\*(phi+1-c)  
 integral2 = 1.5-5/2 - 1.5\*c\*\*2 +5\*c/2  
 K = -1+integral1-2\*phi+integral2  
  
 print(**"Значение коэффициента с равно "** + str(c))  
 print(**"Значение игры K равно "** + str(K))  
 **return** K  
  
poker(2)